시장경제연구 제53호 2집 (2024년) pp. 73-99

경기자-외부성 경합: 내쉬-쿠르노 모형과 스타켈버그 모형*

박성훈**

경합능력, 지대의 크기, 타이밍, 외부성 등은 경기자의 행위와 보수에 영향을 미친다. 본 연구는 경기자-외부성 경합에서 이러한 변수의 역할을 조명한다. 이를 위해, 경합을 세 가지 유형으로 분류한다: 내쉬-쿠르노 모형, 경쟁력이 높은 (낮은) 경기자가 선도자인 스타켈버그 모형. 관련 문헌에서 얻지 못한 주요 결과는 다음과 같다: (1) '경쟁력이 낮은 경기자'는 열세자, '경쟁력이 높은 경기자'는 우세자가 된다; (2) 외부효과가 일정 수준이 되고 열세자가 선도자가 아니라면, 열세자는 우세자에 비해 높은 기대보수를 얻을 수 있다; (3) 외부성이 작다면, 열세자는 외부효과를 포기하고 선도자가 되기를 원할 수 있다.

핵심주제어: 경기자-외부성 경합, 기대보수, 내쉬-쿠르로 모형, 비대칭 경합능력과 지대, 스타켈버그 모형
JEL Classification: D72, D74

(접수일 : 2024. 4. 7., 수정일 : 2024. 4. 28., 게재확정일 : 2024. 5. 4.)
* 귀한 심사평을 보내주신 익명의 심사위원들과 본 연구에 대해 유익한 논평을 주신 백경환 교수께 감사드린다.
** 조선대학교 경제학과 교수, (E-mail) s.h.park@daum.net

Ⅰ. 서론

경합에서 외부성은 경합능력, 지대의 크기, 그리고 타이밍 등과 관련하여 경기자의 행위와 보수에 영향을 준다. 예를 들어, R&D 경쟁에서 경쟁력이 높은 기업은 경쟁력이 낮은 기업에 비해 시장에서 더 큰 점유율을 확보하고 더 큰 이익을 창출할 수 있다. 경쟁력이 낮은 기업은 경쟁력이 높은 기업의 기술을 습득하여 생산성을 증가시킴으로써 R&D 경쟁에 대응할 수 있다.[1)] 다른 예시로는 선거가 있다. 경쟁력이 낮은 후보가 유명 정치인과 경합할 때, 유명 정치인이 어떻게 토론 및 토의에서 자신의 의견을 효과적으로 전달하는지를 관찰하고 배울 수 있다. 또 다른 예로 성과급 경쟁을 들 수 있다. 역량이 다른 노동자들의 경쟁으로 인한 노동력의 투입은 그들의 생산성을 증가시키고, 이에 따라 성과급의 규모가 커지게 된다.

외부성 경합을 분석한 관련 문헌에서는 다음과 같은 질문에 답하고자 하였다. 첫째, 외부성이 경기자의 균형 노력수준과 균형 기대보수에 어떤 영향을 미치는지 알아내고자 하였다. 둘째, 외부성이 존재할 때, 우세자와 열세자는 누구인지 파악하고자 하였다.[2)] 셋째, 외부성이 존재할 때, 우세자와 열세자 중에서 누가 선도자를 원하는지 알아내고자 하였다.

Chung(1996)은 외부성이 경쟁을 심화시켜 노력수준이 증가하며, 이는 사회적 자원의 낭비를 의미한다고 보고했다. Lee and Kang(1998)은 외부성으로 인해 노력수준은 증가하지만, 지대 역시 증가하여 자원의 낭비가 실질적으로 감소할 수 있음을 보였다. Shaffer(2006)는 외부성이 경기자의 노력수준을 높이지만, 기대보수에 영향을 주지 않는다고 보고했다. 위의 세 연구 중 Chung(1996)과 Shaffer(2006)는 승자-외부성 경합을 분석했다. 즉, 이 두 연구에서 외부성은 승자의 지대를 변화시키고 패자의 지대에는 영향을 미치지 않는다.[3)] 이에 반해, Lee and Kang(1998)은 외부성이 승자와 패자 모두의 지대를 변화시키는 경기자-외부성 경합을 분석했다. 박성훈·이명훈

1) R&D는 기업의 경쟁력과 성장에 큰 영향을 미치는 중요한 요소이다(고동균·김윤정, 2023). 따라서 각 기업은 R&D 경쟁에서 우위를 점하기 위해 치열한 경쟁을 하게 된다.
2) Dixit(1987)는 경합에서 경기자가 상금을 획득할 확률이 50% 이상이면 그 경기자를 우세자(the favorite), 50% 미만이면 그 경기자를 열세자(the underdog)로 명명하였다.
3) 이외에도 승자-외부성 경합을 분석한 대표적 연구로 Eggert and Kolmar(2006), Keskin and Salğam(2018), Park and Lee(2019)를 들 수 있다.

(2017)은 승자-외부성 경합과 경기자-외부성 경합을 모두 분석했다. 그들은 승자-외부성 경합에서 외부성은 노력수준을 증가시키지만, 기대보수에는 영향을 주지 않는다는 Shaffer(2006)의 결과를 지지하며, 경기자-외부성 경합에서 외부성은 노력수준과 기대보수를 모두 증가시킨다는 결과를 보고했다.[4] 이들 선행연구에서는 경기자들의 경합능력과 지대의 크기 등이 같다는 가정을 하였다.

경합의 비대칭성을 고려한 연구도 존재한다. 이들 연구에서는 우세자와 열세자를 유도하고 각 경기자의 노력수준과 기대보수를 비교했다. Park(2019)는 승자-외부성 경합과 경기자-외부성 경합을 모두 분석했다. 그는 두 경합에서 경합능력이 높은 경기자가 우세자이고 경합능력이 낮은 경기자가 열세자임을 보였으며, 우세자의 기대보수가 열세자의 기대보수보다 크다는 결론을 얻었다. Park(2019)는 경합능력의 비대칭을 가정했다. Park and Shogren (2021)도 승자-외부성 경합과 경기자-외부성 경합을 분석했으며, 경합비용의 비대칭을 가정했다. 그들은 Park(2019)와 같은 결과를 보고했다. 지금까지 검토한 선행연구는 모두 내쉬-쿠르노 모형을 분석했다.

순차적 게임을 고려한 연구도 있다. Dixit(1987)는 외부성이 존재하지 않는 경합에서 경기자들의 전략적 행위를 분석하였다. Dixit(1987)에 따르면, 우세자인 선도자는 내쉬-쿠르노 모형에서 유도된 노력보다 더 큰 노력을 투입하고, 열세자인 선도자는 내쉬-쿠르노 모형에서 유도된 노력보다 적은 노력을 투입한다. Baik and Shogren(1992, 1994)도 경기자들이 선도자와 추종자를 선택할 수 있다고 가정하면서 Dixit(1987)와 다른 결과를 보였다: 열세자는 선도자가 되기를 원하고 우세자는 추종자가 되기를 원한다. Protopappas(2023)는 경합을 주관하는 주체(contest organizer)는 '경기자들이 스스로 선도자가 될지 추종자가 될지를 선택할 수 있는 게임'을 선호하지 않으며, 우세자가 먼저 움직이고 열세자가 그 뒤를 따르는 게임을 선호하거나 경기자들이 동시에 움직이는 게임을 차선책으로 선호함을 보였다. 또한, Baik and Lee(2024)는 세 경기자가 경합(three-player contest)하는 모형을 고려하면서, 각 경기자가 선도자와 추종자가 되는 다양한 조건을 보였다. 지금

4) Chowdhury and Sheremeta(2011)는 승자-외부성 경합과 승자-외부성 경합경합을 함께 고려하면서 Tullock의 경합모형을 확장하였다. 박성훈·이명훈(2017)은 승자-외부성 경합과 경기자-외부성 경합으로부터 각각 유도된 균형해에 대한 차이점을 구체적으로 분석하였다.

까지 언급한 선행연구는 외부성을 아우르는 순차적 게임을 분석하지 않았다.

본 연구는 경합능력과 최초 지대가 다른 두 경기자가 경쟁하는 경기자-외부성 경합에서 외부성이 경기자의 노력수준과 기대보수에 미치는 영향을 분석한다. 이 연구에서는 다음과 같이 세 가지 유형의 경기자-외부성 경합을 고려한다: 내쉬-쿠르노 모형, 경기자 1-스타켈버그 모형, 경기자 2-스타켈버그 모형.[5] 설명의 편의를 위해, 경합능력과 최초 지대가 큰 경기자를 ‘경기자 1’로, 경합능력과 최초 지대가 작은 경기자를 ‘경기자 2’로 명명한다. 내쉬-쿠르노 모형에서는 두 경기자가 동시에 노력을 투입하며, 이에 따라 두 경기자는 모두 ‘동시 선택자’가 된다. 경기자 1-스타켈버그 모형에서는 경기자 1이 먼저 노력을 투입하고, 이를 인지한 경기자 2가 노력을 투입한다. 경기자 2-스타켈버그 모형에서 경기자 2가 먼저 노력을 투입하고, 이를 인지한 경기자 1이 노력을 투입한다.

본 연구는 세 모형에서 얻는 각 균형해에 대한 비교정태분석과 균형해의 비교를 통해 다음과 같은 결과를 도출한다. 첫째, 외부성은 두 경기자의 노력수준을 높인다. 둘째, 외부성은 내쉬-쿠르노 모형에서 두 경기자의 기대보수를 높이며, 두 스타켈버그 모형에서는 추종자의 기대보수를 높이지만, 선도자의 기대보수에는 영향을 주지 않는다. 셋째, 외부성은 경기자 2를 우세자로 만들 수는 없지만, 외부성이 충분히 큰 경합에서 선도자가 아닌 경기자 2는 경기자 1보다 큰 기대보수를 얻을 수 있다. 넷째, 경기자 1은 선도자가 되기를 원하지 않지만, 경기자 2는 외부성이 충분히 작은 경합에서 선도자가 되길 원하며, 외부성이 큰 경합에서 추종자가 되길 원한다.

본 연구는 관련 문헌에서 얻지 못한 새로운 결과를 보여주며, 이는 주요한 공헌으로 평가될 수 있다. 이전 연구들은 우세자가 추종자가 되기를 원하고, 열세자가 선도자가 되기를 원한다는 결과를 제시하였으며(Baik and Shogren, 1992; 1994; Leininger, 1993), 또한 우세자의 기대보수가 열세자의 기대

5) 선도자와 추종자를 내생적으로 결정하는 상황을 고려할 수 있다. 이러한 경합은 2단계 게임(a two-stage game)으로 분석할 수 있을 것이다. 제1단계에서 각 경기자는 자신이 선도자와 추종자인지 결정하고, 자신의 결정을 경쟁자에게 알린다. 제2단계에서는 제1단계 각 경기자의 결정을 준수하면서 그들은 노력수준을 선택한다. 이러한 2단계 게임에서 각 경기자는 제1단계에서 결정한 전략을 제2단계에서 준수하는지에 대한 분석이 필요하다. 저자가 유도한 결과에 따르면, 하부게임완전균형은 유일하지 않다. 이는 각 경기자가 제1단계의 결정을 준수하지 않을 수 있음을 의미한다.

보수를 초과한다고 보고하였다(Park, 2019; Park and Shogren, 2021). 하지만, 실제 현실에서는 열세자가 선도자가 아닌 경우를 목격할 수 있다. 게다가, 열세자가 우세자보다 더 많은 보수를 얻는 경합을 종종 목격할 수 있다. 예를 들어, 스마트폰 시장에서 애플과 삼성의 경쟁을 들 수 있다.[6)] 본 연구는 외부효과가 충분히 발휘되는 경합에서 열세자가 우세자보다 높은 기대보수를 얻을 수 있지만, 열세자가 선도자일 경우 우세자의 기대보수를 추월할 수 없음을 보여준다.

이 연구는 다음과 같은 구성으로 이루어진다. 제 Ⅱ장에서는 내쉬-쿠르노 모형과 스타켈버그 모형을 설정하고, 내쉬-쿠르노 균형과 스타켈버그 균형을 각각 유도한다. 여기서 내쉬-쿠르노 모형은 한 개, 그리고 스타켈버그 모형은 두 개로 구성된다. 제 III장에서는 세 경합에서 유도된 균형해를 비교하여 본 연구의 결과를 도출한다. 마지막으로 제 Ⅳ장에서는 본 연구의 주요 결론을 제시한다.

Ⅱ. 내쉬-쿠르노 모형과 스타켈버그 모형

두 경기자가 자신의 지대를 획득하기 위해 서로 경합하는 경기자-외부성 경합을 고려하자. 경기자 $i(=1,\ 2)$가 경합을 위해 투하하는 노력을 $x_i(\geq 0)$로 표기하기로 한다. 이때, 경기자 1과 경기자 2가 상금을 획득할 확률은 Tullock-경합 성공함수로 표현할 수 있다.

$$p_1 = \theta x_i / (\theta x_1 + x_2),\ p_2 = 1 - p_1 = x_2 / (\theta x_1 + x_2) \tag{1}$$

여기서 $\theta > 1$인데, 이는 경기자 1의 경합능력이 경기자 2의 경합능력보다 높다는 것을 의미한다. 또한 식(1)에서 p_i는 x_i에 관한 오목함수임을 보여준다: $\partial p_i / \partial x_i > 0,\ \partial^2 p_i / \partial x_i^2 > 0$.

6) 과거에는 애플이 스마트폰 시장에서 혁신적인 제품과 우수한 사용자 경험을 제공하여 큰 인기를 얻었다. 그에 비해 삼성전자는 초기에는 기술력이 상대적으로 뒤처져 있었다. 그러나 삼성은 애플의 기술과 디자인을 습득하여 경쟁력을 향상했으며, 매출액에서는 뒤처지지만, 시장점유율에서 171개국 중 95개국에서 점유율 1위를 차지하여 애플을 추월하였다.

이제 경기자들의 기대보수에 대해 알아보도록 한다. 경기자 i의 기대보수를 π_i로 표기하자. 각 경기자의 기대보수를 표현하는 함수는 자신과 경쟁자가 언제 노력을 투입하는지에 따라 달라진다. 분석의 편의상 경기자 1이 '승리'로부터 평가하는 최초 지대가치를 {1}, 그리고 경기자 2가 '승리'로부터 평가하는 최초 지대가치를 $\{k\}$라 한다. 추가로, 경합능력이 높은 경기자 1의 최초 지대가 경합능력이 낮은 경기자 2의 최초 지대보다 크다고 가정한다: $\{k<1\}$.[7] 이 연구에서는 높은 경합능력을 지닌 경기자 1이 더 큰 최초 지대를 얻기 위해 경합하므로 경기자 1을 '경쟁력 높은 경기자'로, 그리고 낮은 경합능력을 지닌 경기자 2는 작은 최초 지대를 얻기 위해 경합하므로 경쟁자 2를 '경쟁력 낮은 경기자'로 지칭하기로 한다.

경기자 1과 경기자 2가 동시에 노력수준을 선택하는 내쉬-쿠르노 모형에서 두 경기자의 기대보수는 각각 다음과 같다.

$$\begin{aligned}\pi_1 &= p_1\{1+\lambda(x_1+x_2)-x_1\}+p_2\{\lambda(x_1+x_2)-x_1\} \\ &= p_1+\lambda x_2-(1-\lambda)x_1\end{aligned} \tag{2}$$

$$\begin{aligned}\pi_2 &= p_2\{k+\lambda(x_1+x_2)-x_2\}+p_1\{\lambda(x_1+x_2)-x_2\} \\ &= p_2 k+\lambda x_1-(1-\lambda)x_2\end{aligned} \tag{3}$$

식(2)와 식(3)에서 λx_i는 경기자 i의 노력으로 인한 외부효과를 의미한다 $(0<\lambda<1)$. 또한, 식(2)와 식(3)은 각 경기자의 내생적 지대가 최초의 지대와 외부효과에 의존한다는 것을 보여준다: 경기자 1이 얻는 내생적 지대는 승리 시에 $\{1+\lambda(x_1+x_2)\}$, 패배 시에 $\{\lambda(x_1+x_2)\}$이다. 또한, 경기자 2가 얻는 내생적 지대는 승리 시에 $\{k+\lambda(x_1+x_2)\}$, 패배 시에 $\{\lambda(x_1+x_2)\}$이다. 이러한 내생적 지대는 경기자들이 동시에 노력수준을 선택할 때 자신뿐만 아니라 경쟁자의 노력 투입으로 인한 외부효과를 얻게 된다는 것을 보여주는

7) 예를 들어, 시장점유율이 높은 기업은 시장점유율이 낮은 기업에 비해 높은 기술력을 가질 가능성이 크다. 또한, 더 높은 성과급을 받는 노동자는 낮은 성과급이 낮은 노동자보다 더 높은 생산성을 지닐 가능성이 크다.

것이다.

경기자 1이 선도자이고 경기자 2가 추종자인 경우, 즉 선도자 1-스타켈버그 모형에서 경기자 1의 기대보수는 다음과 같다.[8)]

$$\begin{aligned}\pi_1 &= p_1(1+\lambda x_1 - x_1) + p_2(\lambda x_1 - x_1) \\ &= p_1 - (1-\lambda)x_1\end{aligned} \tag{4}$$

경기자 1은 자신의 노력 투입에 따른 외부효과만을 얻는다. 따라서 경기자 1이 얻는 내생적 지대는 승리 시에 $\{1+\lambda x_1\}$, 패배 시에 $\{\lambda x_1\}$이다. 이에 반해, 경기자 2는 자신뿐만 아니라 경기자 1의 노력 투입에 따른 외부효과를 얻으며, 경기자 2의 기대보수는 식(3)과 같다.

경기자 1이 추종자이고 경기자 2가 선도자인 경우, 즉 선도자 2-스타켈버그 모형에서 경기자 1의 기대보수는 식(2)와 같으며, 경기자 2의 기대보수는 다음과 같다.

$$\begin{aligned}\pi_2 &= p_2(k+\lambda x_2 - x_2) + p_1(\lambda x_2 - x_2) \\ &= p_2 k - (1-\lambda)x_2\end{aligned} \tag{5}$$

식(5)는 경기자 2의 내생적 지대가 승리 시에 $\{k+\lambda x_2\}$, 패배 시에 $\{\lambda x_2\}$임을 보여준다.

1. 내쉬-쿠르노 모형

먼저, 내쉬-쿠르노 모형을 분석해 보기로 한다. 이때, 경기자는 상대방의 노력을 주어진 것으로 간주하고 자신의 기대보수를 극대화하기 위한 노력을

---

8) 스타켈버그 모형에서 선도자는 추종자의 노력수준에 대한 외부효과를 얻을 수 없다. 선도자의 노력수준이 추종자에게 노출됨으로써 생기는 효과와 보수 함수의 변화에 따른 효과를 구분한다면, 더욱 흥미로운 결과를 얻을 수 있을 것이다. 예를 들어, 내쉬-쿠르노 모형에서 한 경기자의 기대보수 함수가 스타켈버그 모형에서 선도자의 보수 함수로 변화할 때의 균형 분석은 필요할 것이다. 이러한 분석은 본 연구의 범위를 벗어나므로, 향후 연구과제로 남긴다. 이러한 문제를 지적해 준 심사위원께 감사드린다.

동시에 선택한다. 설명의 편의를 위해 내쉬-쿠르노 모형에서 경기자를 '동시 선택자'로 명명하기로 하자. 먼저 경기자 1의 극대화문제를 고려하자. 경기자 1은 식(2)로 표현된 자신의 기대보수 π_1을 극대화하기 위한 노력 x_1을 선택한다. 경기자 1의 극대화문제에 대한 제1계 미분조건과 제2계 미분조건은 각각 다음과 같다: $\theta x_2/(\theta x_1 + x_2)^2 - (1-\lambda) = 0$ 그리고 $-2\theta^2 x_2/(\theta x_1 + x_2)^3 < 0$. 제1계 미분조건으로부터 경기자 1의 최적대응함수가 구해진다. 이 최적대응함수를 $r_1(x_2)$로 표기하면, $r_1(x_2)$은 다음과 같다.

$$r_1(x_2) = -x_2/\theta + \{x_2/(1-\lambda)\}^{1/2} \tag{6}$$

다음으로 경기자 2의 극대화문제를 고려하자. 경기자 2는 식(3)으로 표현된 자신의 기대보수 π_2를 극대화하는 노력 x_2을 선택한다. 경기자 2의 극대화 문제에 대한 제1계 미분조건과 제2계 미분조건은 각각 다음과 같다: $k\theta x_1/(\theta x_1 + x_2)^2 - (1-\lambda) = 0$ 그리고 $-2k\theta x_1/(\theta x_1 + x_2)^3 < 0$. 제1계 미분조건으로부터 경기자 2의 최적대응함수가 구해지며, 이 최적대응함수를 $r_2(x_1)$로 표기하기로 하자. 이때, $r_2(x_1)$은 다음과 같다.

$$r_2(x_1) = -\theta x_1 + \{k\theta x_1/(1-\lambda)\}^{1/2} \tag{7}$$

동시 선택자의 최적대응함수를 표현한 식(6)과 식(7)로부터, 내쉬-쿠르노 균형(x_1^N, x_2^N)이 유도된다. 이 균형을 식(1)에 대입하면 균형 성공확률을 얻으며, 식(2)과 식(3)에 대입하면 균형 기대보수를 얻는다. 보조정리 1은 이러한 내쉬-쿠르노 균형 결과를 보여준다.

보조정리 1: 내쉬-쿠르노 균형에서

(i) 각 동시 선택자의 노력수준은

$x_1^N = k\theta/\{(1-\lambda)(k+\theta)^2\}$,

$x_2^N = k^2\theta/\{(1-\lambda)(k+\theta)^2\}$이고,

(ii) 각 동시 선택자의 기대보수는
$\pi_1^N = \theta\{\theta(1-\lambda)+k^2\lambda\}/\{(1-\lambda)(k+\theta)\}^2$,
$\pi_2^N = k\{\lambda\theta+k^2(1-\lambda)\}/\{(1-\lambda)(k+\theta)\}^2$이며,

(iii) 경기자 1의 성공확률은 $p_1^N = \theta/(k+\theta)$이다.

균형 결과가 외부성으로 인해 어떻게 변화하는지 분석해 보기로 한다. 보조정리 1의 (i)와 (ii)는 외부성의 증가에 따라 동시 선택자들의 노력수준과 기대보수가 증가하는 결과를 보여준다: $\partial x_1^N/\partial\lambda = k\theta/\{(1-\lambda)(k+\theta)\}^2 > 0$, $\partial x_2^N/\partial\lambda = k^2\theta/\{(1-\lambda)(k+\theta)\}^2 > 0$, $\partial\pi_1^N/\partial\lambda = k^2\theta/\{(1-\lambda)(k+\theta)\}^2 > 0$, $\partial\pi_2^N/\partial\lambda = k\theta/\{(1-\lambda)(k+\theta)\}^2 > 0$. 이들 비교정태함수는 외부성의 변화에 따른 노력수준과 기대보수의 변화가 동시 선택자마다 다르다는 것을 보여준다: $\partial x_1^N/\partial\lambda > \partial x_2^N/\partial\lambda$, $\partial\pi_1^N/\partial\lambda < \partial\pi_2^N/\partial\lambda$. 즉, 노력수준의 증가는 경기자 1이 더 크지만, 기대보수의 증가는 경기자 2가 더 크다. 이는 경기자 1의 최초 지대가 상대적으로 크다는 가정($k < 1$)에 따른 결과이다. 즉, 최초 지대가 큰 경기자 1은 외부성이 증가할 때 노력수준을 더욱 증가시키며, 노력수준의 증가는 비용의 증가를 수반한다. 하지만, 외부효과는 동시 선택자에게 동일하게 적용되므로, 외부성의 변화에 따른 기대보수는 경기자 2가 더욱 증가하게 된다. 또한, 보조정리 1의 (iii)은 경기자 1은 우세자, 그리고 경기자 2는 열세자임을 보여주는데($p_1^N > 1/2$). 이는 비대칭 지대와 경합능력($k < 1$, $\theta > 1$)에 따른 결과이다 (Park, 2019; Park and Shogren, 2021).

2. 선도자 1-스타켈버그 모형

다음으로 경쟁력이 높은 경기자가 선도자일 때 경기자들의 극대화문제를 분석해 보기로 한다. 경기자 1은 선도자로서 자신의 노력수준을 결정하고, 이를 인지한 경기자 2가 추종자로서 경기자 1의 노력수준에 대응하여 자신의 노력수준을 선택한다. 본 연구는 스타켈버그 균형을 유도하기 위해 후진귀납을 이용한다. 즉, 경기자 1은 식(7)로 표현된 경기자 2의 최적대응함수를 고려하면서 자신의 기대보수를 극대화하기 위한 노력수준을 결정한다. 이때 경기자

1의 극대화문제는 다음과 같다.

$$\max\ \pi_1 = p_1 - (1-\lambda)x_1$$
$$s.t.\ r_2(x_1) = -\theta x_1 + \{k\theta x_1/(1-\lambda)\}^{1/2} \qquad (8)$$

식(8)로 표현된 경기자 1의 극대화문제에서 제1계 미분조건과 제2계 미분조건은 각각 다음과 같다: $(1-\lambda)\left[\left\{\theta/(2(k\theta(1-\lambda)x_1)^{1/2})\right\}-1\right] = 0$ 그리고 $-\theta(1-\lambda)/\left\{4x_1(k\theta(1-\lambda)x_1)^{1/2})\right\} < 0$. 제1계 미분조건으로부터 경기자 1의 균형 노력수준(x_1^{1F})를 구할 수 있으며, 이를 식(7)에 대입하면 경기자 2의 균형 노력수준(x_2^{1F})을 구할 수 있다. 이 균형을 식(1)에 대입하면 균형 성공확률을 얻으며, 식(3)과 식(4)에 대입하면 균형 기대보수를 얻는다. 보조정리 2는 이러한 경기자 1-스타켈버그 균형 결과를 보여준다.

보조정리 2: 선도자의 경쟁력이 높은 경우, 스타켈버그 균형에서
(i) 각 경기자의 노력수준은
$x_1^{1F} = \theta/\{4k(1-\lambda)\}$,
$x_2^{1F} = \theta(2k-\theta)/\{4k(1-\lambda)\}$이고,
(ii) 각 경기자의 기대보수는
$\pi_1^{1F} = \theta/(4k)$,
$\pi_2^{1F} = \{\lambda\theta + (1-\lambda)(2k-\theta)^2\}/\{(1-\lambda)(k+\theta)\}^2$이며,
(iii) 경기자 1의 성공확률은 $p_1^{1F} = \theta/(2k)$이다.

보조정리 2의 (i)은 보조정리 1의 (i)과 같이 외부성의 증가에 따라 경기자들의 노력수준이 증가하는 것을 보인다: $\partial x_1^{1F}/\partial\lambda = \theta/\left\{4k(1-\lambda)^2\right\} > 0$ 그리고 $\partial x_2^{1F}/\partial\lambda = \theta(2k-\theta)/\left\{4k(1-\lambda)^2\right\} > 0$. 보조정리 2의 (ii)는 외부성의 증가는 선도자의 기대보수에 영향을 주지 못하고, 추종자의 기대보수를 높인다는 것을 보여준다: $\partial\pi_1^{1F}/\partial\lambda = 0$ 그리고 $\partial\pi_2^{1F}/\partial\lambda = \theta/\{(1-\lambda)(k+\theta)\}^2 > 0$. 마지막으로 보조정리 2의 (iii)도 보조정리 1의

(iii)에서와 같이 경기자 1이 우세자 그리고 경기자 2가 열세자임을 보인다: $k < 1$ 그리고 $\theta > 1$에 대해서 $p_1^{1F} > 1/2$.

3. 선도자 2-스타켈버그 모형

경쟁력이 낮은 경기자가 선도자일 때 경기자들의 극대화문제를 분석해 보기로 한다. 후진귀납에 따라, 경기자 2는 식(6)으로 표현된 경기자 1의 최적 대응함수를 고려하면서 자신의 기대보수를 극대화하기 위한 노력수준을 결정한다. 이때 경기자 2의 극대화문제는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} &\max\ \pi_2 = p_2 k - (1-\lambda)x_2 \\ &s.t.\ r_1(x_2) = -x_2/\theta + \{x_2/(1-\lambda)\}^{1/2} \end{aligned} \tag{9}$$

식(9)에 대한 제1계 미분조건과 제2계 미분조건은 각각 다음과 같다: $(1-\lambda)\left[\left\{k/(2(\theta(1-\lambda)x_2)^{1/2})\right\}-1\right] = 0$ 그리고 $-k(1-\lambda)/\left\{4x_2(\theta(1-\lambda)x_2)^{1/2})\right\} < 0$. 제1계 미분조건으로부터 경기자 2의 균형 노력수준 (x_2^{2F})를 구할 수 있으며, 이를 식(6)에 대입하면 경기자 1의 균형 노력수준 (x^{2F})을 구할 수 있다. 이 균형을 식(1)에 대입하면 균형 성공확률을 얻으며, 식(2)과 식(5)에 대입하면 균형 기대보수를 얻는다. 보조정리 3은 이러한 경기자 2-스타켈버그 균형 결과를 보여준다.

보조정리 3: 선도자의 경쟁력이 낮은 경우, 스타켈버그 균형에서

(i) 각 경기자의 노력수준은

$x_1^{2F} = k(2\theta - k)/\{4\theta^2(1-\lambda)\}$,

$x_2^{2F} = k^2/\{4\theta(1-\lambda)\}$이고,

(ii) 각 경기자의 기대보수는

$\pi_1^{2F} = \{k^2\lambda\theta + (1-\lambda)(2\theta - k)^2\}/\{4\theta^2(1-\lambda)\}$,

$\pi_2^{2F} = k^2/(4\theta)$이며,

(iii) 경기자 1의 성공확률은 $p_1^{2F} = (2\theta - k)/(2\theta)$이다.

보조정리 3의 (ⅰ)은 보조정리 1과 2의 (ⅰ)과 같이, 외부성의 증가에 따라 경기자들의 노력수준이 증가하는 것을 보여준다: $\partial x_1^{2F}/\partial\lambda = k(2\theta - k)/\{2\theta(1-\lambda)\}^2 > 0$ 그리고 $\partial x_2^{2F}/\partial\lambda = k^2/\{4\theta(1-\lambda)^2\} > 0$. 보조정리 3의 (ⅱ)는 외부성의 증가는 추종자의 기대보수를 높이지만, 선도자의 기대보수에는 영향을 주지 못한다는 것을 보인다: $\partial\pi_1^{2F}/\partial\lambda = k^2/\{4\theta(1-\lambda)^2\} > 0$ 그리고 $\partial\pi_2^{2F}/\partial\lambda = 0$. 마지막으로 보조정리 3의 (ⅲ)도 보조정리 1과 2의 (ⅲ)과 같이, 경기자 1이 우세자 그리고 경기자 2가 열세자임을 보인다: $k < 1$ 그리고 $\theta > 1$에 대해서 $p_1^{2F} > 1/2$.

Ⅲ. 노력수준, 성공확률, 기대보수

경기자-외부성 경합의 세 모형에서 유도된 균형 결과를 분석해 보자. 전술한 바와 같이, 본 연구는 외부성이 균형 노력수준과 균형 기대보수에 미치는 영향을 중점적으로 분석할 것이다.

1. 비교정태분석

보조정리 1, 2, 3으로부터 각 모형에서 유도된 균형 노력수준과 균형 기대보수의 외부성에 관한 비교정태도함수(comparative static derivative)는 이미 분석되었다. 정리 1은 분석 결과를 요약한다.

정리 1:

(ⅰ) 외부성의 증가는 경기자들의 노력수준을 높인다.

(ⅱ) 외부성은 동시 선택자와 추종자의 기대보수를 증가시키지만, 선도자의 기대보수에 영향을 주지 못한다.

정리 1의 (ⅰ)은 외부성을 분석한 관련 문헌에서도 볼 수 있으며, 노력수준에 의존하는 외부성이 발생하면 경기자들은 외부효과를 얻기 위해 더 많은 노력수준을 투입한다는 것을 말해준다(박성훈·이명훈, 2017; Chung, 1996; Lee and Kang, 1998; Shaffer, 2006; Eggert and Kolmar, 2006; Park, 2019; Park and Lee, 2019; Park and Shogren, 2021).

이에 반해 정리 1의 (ii)는 관련 문헌을 보완해 주는 역할을 한다. Shaffer(2006)와 박성훈·이명훈(2017)은 승자-외부성 경합의 내쉬-쿠르노 균형 결과에서 외부성은 기대보수에 영향을 주지 않음을 보였다. 외부성의 증가에 따른 노력 투입의 증가는 비용의 증가를 수반하기 때문이다. 박성훈·이명훈(2017)은 경기자-외부성 경합의 내쉬-쿠르노 균형 결과에서 외부성의 증가는 기대보수를 증가시킨다는 것을 보였다. 기대보수가 증가하는 주된 이유는 경기자-외부성은 승자뿐만 아니라 패자에게도 외부효과가 존재하므로, 노력 투입의 증가보다 비용의 증가가 작기 때문이다. 비대칭 경합능력을 고려한 Park(2019)는 승자-외부성 경합의 내쉬-쿠르노 균형 결과에서 외부성의 증가는 우세자의 기대보수를 증가시키지만, 열세자의 기대보수를 낮춘다는 결과를 보였다. 또한 Park(2019)는 경기자-외부성 경합의 내쉬-쿠르노 균형 결과에서 외부성의 증가는 기대보수를 증가시킨다는 것을 보였다.

본 연구는 경기자-외부성 경합의 두 스타켈버그 모형에서 외부성의 증가는 추종자의 기대보수를 증가시키지만, 선도자의 기대보수는 외부성에 영향을 받지 않는다는 결과를 보고하였다. 선도자의 기대보수가 외부성에 의존하지 않는 주된 이유는 다음과 같이 설명될 수 있다. 선도자는 추종자의 노력으로 인한 외부효과를 얻지 못하며, 자신의 노력으로 인한 외부효과는 비용의 증가로 인해 상쇄하게 된다.

2. 우세자와 열세자

누가 우세자인지는 이미 보조정리 1, 2, 3을 활용하여 분석되었다. 이에 따르면, 경기자-외부성 경합에서 경쟁력이 높은 경기자는 우세자이고 경쟁력이 낮은 경기자는 열세자이다. 다음으로, Dixit(1986)의 결과가 경기자-외부성 경합에서도 유지되는지 확인하기로 한다. 각 모형에서 유도된 균형 노력수준을 비교하면 다음과 같다.

$$x_1^{2F} < x_1^{N} < x_1^{1F} \tag{10}$$

$$1 < \theta < (1+5^{1/2})k/2\text{이면},\ x_2^{2F} < x_2^{1F} < x_2^N$$
$$(1+5^{1/2})k/2 < \theta < 2k\text{이면},\ x_2^{1F} < x_2^{2F} < x_2^N \qquad (11)$$

식(10)과 식(11)은 Dixit(1986)의 결과를 보완해 주는 역할을 한다. 즉, 경기자-외부성 경합에서도 선도자가 우세자인 경우, 선도자는 내쉬-쿠르노 균형에서 유도된 노력에 비해 더 큰 노력을 투입한다: $x_1^N < x_1^{1F}$. 또한, 선도자가 열세자인 경우, 선도자는 내쉬-쿠르노 균형에서 유도된 노력보다 적은 노력을 투입한다: $x_2^{2F} < x_2^N$. 정리 2는 결과를 요약한다.

정리 2:
(i) 경쟁력 높은 경기자는 우세자, 경쟁력이 낮은 경기자는 열세자이다.
(ii) 우세자가 선도자가 되면 가장 큰 노력을 투입하며, 열세자는 동시 선택자가 되면 가장 큰 노력을 투입한다.

Park(2019)는 내쉬-쿠르노 모형을 분석하면서 경합능력이 낮은 경기자는 항상 열세자임을 보였다. 정리 2는 내쉬-쿠르노 모형뿐 아니라 두 스타켈버그 모형에서도 경합능력이 낮은 경기자를 우세자로 만들 수는 없음을 입증하여 선행연구를 보완하는 역할을 한다.

3. 모형별 경기자 간 기대보수 비교

경쟁력이 낮은 경기자가 외부성으로 인해 경쟁력이 높은 경기자보다 높은 기대보수를 받는 조건을 분석하기로 한다. 보조정리 1, 2, 3으로부터 각 모형에서 유도된 경기자의 균형 기대보수를 비교할 수 있다.

먼저, 내쉬-쿠르노 경합에서 우세자와 열세자의 기대보수를 비교해 보자.

$$0 < \lambda < \lambda^N\text{이면},\ \pi_1^N > \pi_2^N$$
$$\lambda = \lambda^N\text{이면},\ \pi_1^N > \pi_2^N \qquad (12)$$
$$\lambda^N < \lambda < 1\text{이면},\ \pi_1^N > \pi_2^N$$

식(12)에서 $\lambda^N = \Delta^N / \{\Delta^N + k\theta(1-k)\} < 1$이다.[9] λ가 λ^N을 초과하는 경우, 식(12)는 경쟁력이 낮은 동시 선택자의 기대보수가 경쟁력이 높은 동시 선택자의 기대보수를 초과할 수 있다는 결과를 보인다. 흥미로운 점은 최초 지대가 같다면 열세자는 우세자보다 높은 기대보수를 얻을 수 없다는 점이다: $k=1$에 대해서 $\pi_1^N > \pi_2^N$. 이는 다음과 같이 해석할 수 있다. 지대가 같다면, 경기자들의 노력수준이 같아지게 되어, 이는 Tullock(1980)에서 논의된 '편향(bias)'이 있는 지대추구(rent seeking)에서 대칭적 지출이 비용-외부성 경합에서도 성립한다는 것을 의미한다(Park, 2019). 비용이 같다면, 열세자는 우세자에 비해 성공확률이 낮게 되어, 상대적으로 더 높은 기대보수를 얻을 수 없게 된다. 이에 반해, $k<1$일 때 열세자는 우세자보다 더 낮은 비용을 지출한다: $x_1^N > x_2^N$, 이때 외부효과가 크다면, 열세자는 상대적으로 더 낮은 비용으로 외부효과의 혜택을 받게 된다: $\lambda^N < \lambda < 1$에 대해서, $\pi_1^N < \pi_2^N$.

다음으로, 경기자 1-스타켈버그 경합에서 우세자와 열세자의 기대보수를 비교해 보자. 분석의 편의를 위해 $\lambda^{1F} = \{\Delta^{1F} + \theta(\theta-1)\} / \{\Delta^{1F} + \theta^2\} < 1$라 명명하면,[10] 두 경기자의 기대보수는 다음과 같이 비교될 수 있다.

$$\begin{aligned} 0 < \lambda < \lambda^{1F}\text{이면, } & \pi_1^{1F} > \pi_2^{1F} \\ \lambda = \lambda^{1F}\text{이면, } & \pi_1^{1F} > \pi_2^{1F} \\ \lambda^{1F} < \lambda < 1\text{이면, } & \pi_1^{1F} > \pi_2^{1F} \end{aligned} \tag{13}$$

식(13)은 λ가 λ^{1F}을 초과하는 경우, 열세자의 기대보수가 우세자의 기대보수를 초과할 수 있다는 결과를 보여준다.

마지막으로 경기자 2-스타켈버그 경합에서 우세자와 열세자의 기대보수를 비교해 보기로 한다.

---

9) $\{\Delta^N = \theta^2 - k^3\} > 0$이므로 분자와 분모의 부호는 각각 양(+)이며, 분자가 분모보다 크므로 $\{\lambda^N < 1\}$이 성립된다.

10) $\Delta^{1F} = 2\{\theta(2k-\theta) - (2k^2 - \theta)\}$이다. 또한, $\{(2k-\theta) > (2k^2 - \theta)\}$이므로 $\Delta^{1F} > 0$이 만족되며, 따라서 $\{\lambda^{1F} < 1\}$ 역시 만족된다.

$$\pi_1^{2F} - \pi_2^{2F} = \{(1-\lambda)\Delta^{2F} + k^2\lambda\theta\} / \{4\theta^2(1-\lambda)\} > 0 \tag{14}$$ [11]

식(14)는 열세자의 기대보수가 우세자의 기대보수를 초과할 수 없다는 결과를 보여준다.

정리 3은 어떤 조건에서 열세자가 우세자보다 더 큰 기대보수를 얻을 수 있는지를 제시한다.

정리 3:

(i) 외부성이 클 때, '동시 선택자 또는 추종자'인 열세자는 우세자보다 더 큰 기대보수를 얻을 수 있다.

(ii) 외부성의 크기와 상관없이, 선도자인 열세자는 추종자인 우세자보다 더 큰 기대보수를 얻을 수 없다.

정리 3은 관련 문헌의 결과를 보완하는 역할을 한다. 선행연구에서는 우세자는 항상 열세자보다 높은 기대보수를 얻는다는 결과가 나왔다(Park, 2019; Park and Shogren, 2021). 정리 3은 외부효과가 충분할 때, 경쟁력이 낮은 경기자(열세자)가 선도자가 아닌 경우 경쟁력이 높은 경기자(우세자)보다 더 높은 기대보수를 얻을 수 있음을 보여준다. 다르게 표현하면, 경쟁력이 낮은 경기자는 선도자가 되어서는 경쟁자보다 높은 기대보수를 얻을 수 없다는 것을 의미한다. 이는 다음과 같이 설명될 수 있다.

균형해에 대한 비교정태분석에서 살펴본 바와 같이. 선도자의 균형 기대보수에 대한 외부효과는 존재하지 않는다. 그러나 동시 선택자와 추종자의 균형 기대보수에 대한 외부효과는 존재하며, 이는 경쟁력이 낮은 경기자가 경쟁자를 추월할 수 있는 요인으로 작용한다.[12]

다음으로는 각 경기자가 가장 높은 기대보수를 얻을 수 있는 모형이 무엇인지 알아보기로 한다.

---

11) $\Delta^{2F} = \{\theta(4\theta-k^2) - k(4\theta-k)\}$이며, $\{\theta/k > 1\}$와 $\{(4\theta-k) < (4\theta-k^2)\}$이다. 따라서, $\{\pi_1^{2F} - \pi_2^{2F}\}$의 부호가 양(+)일 조건은 조건을 만족된다.

12) 전술한 바와 같이, 동시 선택자이면서도 경쟁력이 낮은 경기자가 경쟁자를 기대보수 측면에서 추월할 수 있는 근거는 다음과 같다. 내쉬-쿠르노 모형에서 두 동시 선택자 중에서 경쟁력이 낮은 동시 선택자가 더 큰 외부효과를 얻는다: $\partial x_1^N/\partial\lambda > \partial x_2^N/\partial\lambda$, $\partial\pi_1^N/\partial\lambda < \partial\pi_2^N/\partial\lambda$.

4. 경기자별 모형에 따른 기대보수 비교

Baik and Shogren(1992, 1994)은 열세자가 선도자를 원하고, 우세자가 추종자를 원한다는 결과를 보여주었다. 이들의 결과가 경기자-외부성 경합에서도 유지되는지 확인해 보기로 한다.

먼저, 우세자는 어떤 경합에서 가장 높은 기대보수를 얻는지 확인하기로 한다. 이를 위해, {π_1^N과 π_1^{1F}}, {π_1^N과 π_1^{2F}}, {π_1^{1F}과 π_1^{2F}}를 순차적으로 비교한다. π_1^N과 π_1^{1F}의 비교를 위해, $\lambda_1^A = \Delta_1^A/(\Delta_1^A + 4k^3) < 1$라 명명하자.[13] 식(15)는 그 결과를 보여준다.

$$\begin{aligned} 0 < \lambda < \lambda_1^A \text{이면, } \pi_1^N < \pi_1^{1F} \\ \lambda = \lambda_1^A \text{이면, } \pi_1^N = \pi_1^{1F} \\ \lambda_1^A < \lambda < 1 \text{이면, } \pi_1^N > \pi_1^{1F} \end{aligned} \tag{15}$$

π_1^N과 π_1^{2F}를 비교해 보자. 분석의 편의를 위해 $\lambda_1^B = (\Delta_1^B + k\theta)/\left\{\Delta_1^B + k\theta(1+k+3\theta)\right\} < 1$라 명명하자. π_1^N과 π_1^{2F}의 비교 결과는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} 0 < \lambda < \lambda_1^B \text{이면, } \pi_1^N < \pi_1^{2F} \\ \lambda = \lambda_1^B \text{이면, } \pi_1^N = \pi_1^{2F} \\ \lambda_1^B < \lambda < 1 \text{이면, } \pi_1^N > \pi_1^{2F} \end{aligned} \tag{16}$$

식(17)은 π_1^{1F}과 π_1^{2F}를 비교한 결과이다.

$$\pi_1^{1F} - \pi_1^{2F} = (\theta - k)\Delta_1^C/\left\{4k\theta^2(1-\lambda)\right\} < 0 \tag{17}$$

식(15), 식(16), 식(17)을 이용하면, 우세자가 선도자, 동시 선택자, 추종자

---

13) 이하, Δ_1^A, Δ_1^B, Δ_1^C, Δ_2^A, Δ_2^B, Δ_2^C의 크기에 대해서는 〈부록 1〉을 참고하기 바란다.

중에서 어느 역할을 원하는지 알 수 있다. 식(18)은 그 결과를 보여준다 (〈부록 2〉를 참고하기 바란다).

$$
\begin{aligned}
&0 < \lambda < \lambda_1^A \text{이면, } \pi_1^N < \pi_1^{1F} < \pi_1^{2F} \\
&\lambda_1^A < \lambda < \lambda_1^B \text{이면, } \pi_1^{1F} < \pi_1^N < \pi_1^{2F} \\
&\lambda_1^B < \lambda < 1 \text{이면, } \pi_1^{1F} < \pi_1^{2F} < \pi_1^N
\end{aligned} \tag{18}
$$

식(18)은 다음과 같은 결과를 제시한다. 우세자는 외부효과가 충분히 크지 않다면 선도자가 되길 원하고, 그렇지 않다면 동시 선택자가 되길 원한다.

다음으로, 열세자가 어떤 경합에서 가장 높은 기대보수를 얻는지 확인하기로 한다. 이를 위해, $\{\pi_2^N$과 $\pi_2^{1F}\}$, $\{\pi_2^N$과 $\pi_2^{2F}\}$, $\{\pi_2^{1F}$과 $\pi_2^{2F}\}$를 순차적으로 비교한다. π_2^N과 π_2^{1F}의 비교를 위해 $\lambda_2^A = (\Delta_2^A + k\theta)/\left\{\Delta_2^A + \theta + k(3+\theta)\right\} < 1$라 명명하자. π_2^N과 π_2^{1F}의 비교 결과는 다음과 같다.

$$
\begin{aligned}
&0 < \lambda < \lambda_1^A \text{이면, } \pi_2^N < \pi_2^{1F} \\
&\lambda = \lambda_2^A \text{이면, } \pi_2^N = \pi_2^{1F} \\
&\lambda_2^A < \lambda < 1 \text{이면, } \pi_2^N > \pi_2^{1F}
\end{aligned} \tag{19}
$$

π_2^N과 π_2^{2F}를 비교해 보자. 분석의 편의를 위해 $\lambda_2^B = \Delta_2^B/(\Delta_2^B + 4\theta^2) < 1$라 명명하자. π_2^N과 π_2^{2F}의 비교 결과는 다음과 같다.

$$
\begin{aligned}
&0 < \lambda < \lambda_2^B \text{이면, } \pi_2^N < \pi_2^{2F} \\
&\lambda = \lambda_2^B \text{이면, } \pi_2^N = \pi_2^{2F} \\
&\lambda_2^B < \lambda < 1 \text{이면, } \pi_2^N > \pi_2^{2F}
\end{aligned} \tag{20}
$$

π_2^{1F}과 π_2^{2F}를 비교한다. 분석의 편의를 위해 $\lambda_2^C = \Delta_2^C/(\Delta_2^C + \theta^2) < 1$라

명명하자. 식(21)은 그 결과를 보인다.

$$\begin{aligned} 0 < \lambda < \lambda_2^C \text{이면, } & \pi_2^{1F} < \pi_2^{2F} \\ \lambda = \lambda_2^C \text{이면, } & \pi_2^{1F} = \pi_2^{2F} \\ \lambda_2^C < \lambda < 1 \text{이면, } & \pi_2^{1F} > \pi_2^{2F} \end{aligned} \tag{21}$$

이제, 열세자는 선도자, 동시 선택자, 추종자 중에서 어느 역할을 원하는지 알아보자. 식(19), 식(20), 식(21)을 이용하면 다음의 결과를 얻는다(〈부록 3〉을 참고하기 바란다).

$$\begin{aligned} 0 < \lambda < \lambda_2^B \text{이면, } & \pi_2^{1F} < \pi_2^{N} < \pi_2^{2F} \\ \lambda_2^B < \lambda < \lambda_2^C \text{이면, } & \pi_2^{1F} < \pi_2^{2F} < \pi_2^{N} \\ \lambda_2^C < \lambda < \lambda_2^A \text{이면, } & \pi_2^{2F} < \pi_2^{1F} < \pi_2^{N} \\ \lambda_2^A < \lambda < 1 \text{이면, } & \pi_2^{2F} < \pi_2^{N} < \pi_2^{1F} \end{aligned} \tag{22}$$

식(22)는 다음과 같은 결과를 제시한다. 열세자는 외부성이 작으면 선도자가 되길 원한다. 외부성이 중간 정도이면 동시 선택자가 되길 원하고, 외부성이 충분히 크면 선도자가 되길 원한다.

식(18)과 식(22)를 이용하면, 정리 4를 얻을 수 있다.

정리 4:

(i) 우세자는 선도자가 되길 원하지 않는다: 외부성이 작으면 추종자가 되길 원하고, 외부성이 크다면 동시 선택자가 되길 원한다.

(ii) 열세자는 외부성이 작으면 선도자가 되길 원하고, 중간 정도일 경우 동시 선택자가 되길 원한다. 그리고 열세자는 외부성이 크면 추종자가 되길 원한다.

정리 4는 Baik and Shogren(1992, 1994)의 결과를 보완해 주는 내용을 담고 있다. 정리 4는 외부성이 작을 때 그들의 결과가 유지되지만, 외부성이

커지면 그들의 결과가 유지되지 않음을 보여준다.[14] 흥미로운 점은 경쟁력이 낮은 경기자가 선도자를 원할 수 있다는 점이다: 선도자가 되면, 경쟁자가 만드는 외부효과의 혜택을 받을 수 없다. 이는 다음과 같이 해석할 수 있다. 경쟁력이 낮은 경기자는 외부효과를 포기하고 자신의 노력수준을 먼저 보임으로써, 경쟁자의 노력수준을 조절하기를 원한다.

Ⅳ. 결론 및 시사점

경합에서 경쟁력이 낮은 경기자가 경쟁력이 높은 경기자의 (기대)보수를 추월하는 경우가 목격된다. 관련 문헌에서는 이러한 현실적 상황을 분석하지 못했다. 본 연구는 경합능력, 지대의 크기가 다른 두 경기자가 경쟁하는 경기자-외부성 경합을 세 모형으로 분류하였다. 세 모형에서 경기자 1의 경합능력과 지대는 경기자 2의 경합능력과 지대를 능가한다고 가정하였으며, 이에 따라 경기자 1은 ‘경쟁력이 높은 경기자’ 그리고 경기자 2는 ‘경쟁력이 낮은 경기자’에 해당한다. 첫 번째로 분석한 모형은 내쉬-쿠르노 모형이었다. 본 모형에서 두 경기자는 동시에 노력수준을 선택하며, 두 경기자(동시 선택자)가 투입한 노력은 자신과 경쟁자의 내생적 지대를 모두 증가시킨다. 두 번째로 분석한 모형은 경기자 1-스타켈버그 모형이었다. 본 모형에서 경기자 1은 선도자 그리고 경기자 2는 추종자이다. 경기자 1이 투입한 노력은 자신과 경기자 2의 내생적 지대를 모두 증가시키지만, 경기자 2가 투입한 노력은 자신의 내생적 지대만 증가시킨다. 마지막으로 분석한 모형은 경기자 2-스타켈버그 모형이었다. 본 모형에서 경기자 1은 추종자 그리고 경기자 2는 선도자이다. 경기자 1이 투입한 노력은 자신의 내생적 지대만 증가시키지만, 경기자 2가 투입한 노력은 자신과 경기자 1의 내생적 지대를 모두 증가시킨다.

본 연구는 세 모형에서 얻는 균형해를 각각 유도하였으며, 균형해를 비교하여 다음과 같은 결과를 도출하였다. 첫째, 외부성은 두 경기자의 균형 노력수준을 높인다. 둘째, 외부성은 내쉬-쿠르노 모형에서 두 경기자의 균형 기대보수를 높이며, 두 스타켈버그 모형에서는 추종자의 균형 기대보수를 높이지만,

14) 전술한 바와 같이, Baik and Shogren(1992, 1994)는 열세자는 선도자가 되기를 원하고 우세자는 추종자가 되기를 원한다고 보고하였다.

선도자의 균형 기대보수에는 영향을 주지 않는다. 셋째, 외부성은 경쟁력이 낮은 경기자를 우세자로 만들 수는 없지만, 외부성이 크고 경쟁력이 낮은 경기자가 선도자가 아니라면 그는 경쟁력이 높은 경기자보다 큰 균형 기대보수를 얻을 수 있다. 넷째, 경쟁력이 높은 경기자는 선도자가 되기를 원하지 않지만, 경쟁력이 낮은 경기자는 외부성이 작다면 선도자가 되길 원하며, 외부성이 크다면 추종자가 되길 원한다.

본 연구는 경합에 비대칭 경합능력, 비대칭 지대, 그리고 외부성을 동시에 고려함으로써 관련 문헌에서 얻지 못한 새로운 결과를 보여주었다. 첫째, 경쟁력이 낮은 경기자가 외부성을 통해 경쟁력이 높은 경기자보다 더 높은 기대보수를 얻을 수 있다. 이를 달성하기 위해서는 외부성이 커야 하고 경쟁력이 낮은 경기자가 선도자가 되어서는 안 된다. 경쟁력이 낮은 경기자가 추종자가 된다면, 경쟁력 높은 경기자(선도자)의 기술을 습득함으로써 선도자보다 높은 보수를 얻을 수 있다는 스타켈버그 균형 결과는 당연할 수 있다. 본 연구의 관련 문헌에 대한 공헌은 두 경기자가 동시에 노력수준을 선택하는 꾸르노-내쉬 경합에서도 경쟁력이 낮은 경기자가 외부성을 통해 경쟁자보다 더 높은 기대보수를 얻을 수 있다는 점을 보인 것이다. 또 다른 공헌은 외부성이 존재할 지라도 경쟁력이 낮은 경기자가 선도자이기를 원할 수 있음을 보인 것이다: 외부성이 작다면, 경쟁력이 낮은 경기자는 경쟁력이 높은 경기자로부터 얻을 수 있는 외부효과를 포기하고 자신의 노력수준을 보임으로써, 경쟁자의 노력수준을 조절하기를 원한다.

〈부록 1〉

식(15)에서 $\Delta_1^A = (\theta - k)^2 > 0$이므로 $\left\{\lambda_1^A < 1\right\}$이 만족된다.

식(16)에서 $\Delta_1^B = (2\theta - k)(2\theta + k) > 0$이다.

식(17)에서 $\Delta_1^C = (k - (3 + 5^{1/2})\theta/2)(k - (3 - 5^{1/2})\theta/2)$이며,
$\left\{k < (3 + 5^{1/2})\theta/2\right\}$와$\left\{k > (3 - 5^{1/2})\theta/2\right\}$이다.
따라서, $\left\{\pi_1^{1F} - \pi_1^{2F}\right\}$의 부호는 음(-)이 된다.

식(19)에서 $\Delta_2^A = 4\theta^2 - k^2 > 0$이다.

식(20)에서 $\Delta_2^B = k(\theta - k)^2 > 0$이다.

식(21)에서 $\Delta_2^C = (\theta - k)\{\theta(2k - \theta) + k(\theta - k)\} > 0$이다.

〈부록 2〉

식(18)에서

$$\lambda_1^A - \lambda_1^B = -k(k+\theta)^2\{4k(\theta-k)+3\theta(2k-\theta)+k\theta\}$$
$$/\left\{(4\theta^2-k^2+k\theta(1+k+3\theta))((\theta-k)^2+4k^3)\right\}<0$$이다.

따라서, $\left\{\lambda_1^A < \lambda_1^B\right\}$이 성립한다.

또한, 식(15)는 $\left\{\pi_1^{1F} < \pi_1^{2F}\right\}$임을 보였다.
이에 따라, $\left\{0<\lambda<\lambda_1^A\right\}$, $\left\{\lambda_1^A<\lambda<\lambda_1^B\right\}$, $\left\{\lambda_1^B<\lambda<1\right\}$의 경우에 우세자의 기대보수를 각각 비교할 수 있다.

〈부록 3〉

식(22)에서

$$\lambda_2^A - \lambda_2^B = -(k+\theta)^2\{\theta-(11+73^{1/2})k/8\}\{\theta-(11-73^{1/2})k/8\}$$
$$/\left\{(4k^2-\theta^2+\theta(1+k)+3k)(k(k^2+\theta^2)+2\theta(\theta-k^2))\right\} > 0.$$

따라서, $\left\{\lambda_2^A > \lambda_2^B\right\}$이 성립한다.

다음으로

$$\lambda_2^A - \lambda_2^C = -k^2\{\theta-(11+73^{1/2})k/8\}\{\theta-(11-73^{1/2})k/8\}$$
$$/\left\{(4k^2-\theta^2+\theta(1+k)+3k)(k(\theta-k)(2\theta-k)\right.$$
$$\left.+\theta^2(2k-\theta)+\theta(\theta-k^2))\right\} > 0.$$

$\lambda_2^A - \lambda_2^C = -k^2\{\theta - (11 + 73^{1/2})k/8\}\{\theta - (11 - 73^{1/2})k/8\}$

따라서, $\left\{\lambda_2^A > \lambda_2^C\right\}$이 성립한다.

마지막으로,

$$\lambda_2^B - \lambda_2^C = \theta^2(\theta-k)\{\theta-(11+73^{1/2})k/8\}\{\theta-(11-73^{1/2})k/8\}$$
$$/\left\{(k^3-\theta(2(2\theta-k^2)+k\theta)(k(\theta-k)(2\theta-k)+\theta^2(2k-\theta)\right.$$
$$\left.+\theta(\theta-k^2))\right\} < 0:\ \left\{\lambda_2^B > \lambda_2^C\right\}$$

따라서 다음의 관계가 성립한다: $\left\{\lambda_2^B < \lambda_2^C < \lambda_2^A\right\}$.

$\left\{\lambda_2^B < \lambda_2^C < \lambda_2^A\right\}$과 식(19), 식(20), 식(21)을 이용하면, $\left\{0 < \lambda < \lambda_2^B\right\}$, $\left\{\lambda_2^B < \lambda < \lambda_2^C\right\}$, $\left\{\lambda_2^C < \lambda < \lambda_2^A\right\}$, $\left\{\lambda_2^A < \lambda < 1\right\}$의 경우에 열세자의 기대 보수를 각각 비교할 수 있다.

참고문헌

1. 박성훈·이명훈(2017), "경합에 의한 지대소진: 승자외부성과 경기자외부성의 비교", 『질서경제저널』, 제20권 제2호, 117-130.
2. 고동균·김윤정(2023), "한국기업의 R&D 투자와 자금조달 제약도 분석: 상장기업과 비상장기업 비교", 『시장경제연구』, 제52권 제2호, 1-32.
3. Baik K. H., and J. H. Lee(2024), "Three-player Contests with a Potential Inactive Player: Endogenous Timing of Effort Exertion", *Economic Inquiry*, Vol.42, 679-689.
4. Baik, K. H., and J. F. Shogren(1992), "Strategic Behavior in Contests: Comment", *American Economic Review*, Vol.82, No.1, 359-361.
5. Baik, K. H., and J. F. Shogren(1994), "Environmental Conflicts with Reimbursement for Citizen Suits", *Journal of Environmental Economics and Management*, Vol.27, 1-20.
6. Chowdhury, S., and R. Sheremeta(2011), "A Generalized Tullock Contest", *Public Choice*, Vol.147, 413-420.
7. Chung, T-Y.(1996), "Rent-seeking Contest When the Prize Increases with Aggregate Efforts", *Public Choice*, Vol.87, 55-66.
8. Dixit, A.(1987), "Strategic Behavior in Contests", *American Economic Review*, Vol.77, No.5, 891-898.
9. Eggert, W., and M. Kolmar(2006), "Contests with Size Effects", *European Journal of Political Economy*, Vol.22, 989-1008.
10. Keskin, K., and J. Salğam, J(2018), "A Territorial Conflict: Trade-offs and Strategies", *Defence and Peace Economics*, Vol.29, 658-665.
11. Leininger, W.(1993), "More Efficient Rent-seeking: a Münchhausen Solution", *Public Choice*, Vol.75, 43-62.
12. Lee, S., and J. Kang(1998), "Collective Contests with Externalities", *European Journal of Political Economy*, Vol.14, 727-738.
13. Liston-Heyes, G.(2001), "Setting the Stakes in Environmental

Contests", *Journal of Environmental Economics and Management*, Vol.41, 1-12.

14. Park, S.-H.(2019), "The Gap between Equilibrium Expected payoffs in Contests with Linear Externalities", *Economics Bulletin*, Vol.39, 2302-2307.
15. Park, S.-H, and S. Lee(2019), "Contests with Linear Externality in Prizes", *Seoul Journal of Economics*, Vol.32, 323-336.
16. Park, S.-H, and J. F. Shogren(2021), "Virtuous Circle of Governance Contests with Externalities", *Sustainability*, Vol.13, 7766. https://doi.org/10.3390/su13147766.
17. Protopappas, K.(2023), "Manipulation of Moves in Sequential Contests", *Social Choice and Welfare*, Vol.61, 511-535.
18. Shaffer, S.(2006), "War, Labor Tournaments, and Contest Payoffs", *Economics Letters*, Vol.92, 250-255.
19. Tullock, G.(1980), "Efficient Rent Seeking" in *Toward a Theory of the Rent-Seeking Society* by J. Buchanan, R. Tollison, and G. Tullock, Eds., College Station: Texas A&M University Press, 97-112.

ABSTRACT

Contest with Player-Externalities: A Nash-Cournot Model and Two Stackelberg Models

Sung-Hoon Park*

Contest ability, size of territory, timing, externalities, and others, influence players' behavior and expected payoffs. This study sheds light on the role of these variables in player externality contests. Contests are classified into the Nash-Cournot model and the Stackelberg model, which has a high (low) competitive ability leader. Key results not obtained in the related literature are as follows: (1) The "low (high) contest ability competitor" becomes the underdog (the favorite); (2) If external effects reach a certain level and the underdog is not the leader, the underdog can obtain higher expected payoff than the favorite; and (3) If external effects are sufficiently small, the underdog may want to become the leader while relinquishing the effects.

Key Words: Asymmetric Contest Ability and Rent, Contest with Player Externality, Expected Payoff, Nash-Cournot Model, Stackelberg Models
JEL Classification: D72, D74

---

* Department of Economics, Chosun University, (E-mail) s.h.park@daum.net